

臺銀證券 103 年新進人員甄試試題

甄試類別【代碼】：股權衍生性商品業務人員【F4607】

綜合科目：財務數學

*請填寫入場通知書編號：_____

注意：①作答前須檢查答案卷、入場通知書編號、桌角號碼、應試類別是否相符，如有不同應立即請監試人員處理，否則不予計分。
 ②本試卷為一張單面，共有四大題之非選擇題，各題配分均為 25 分。
 ③非選擇題限用藍、黑色鋼筆或原子筆於答案卷上採橫式作答，不必抄題但須標示題號，請從答案卷內第一頁開始書寫，違反者該科酌予扣分。
 ④本項測驗僅得使用簡易型電子計算器(不具任何財務函數、工程函數功能、儲存程式功能)，但不得發出聲響；若應考人於測驗時將不符規定之電子計算器放置於桌面或使用，經勸阻無效，仍執意使用者，該科扣 10 分；該電子計算器並由監試人員保管至該節測驗結束後歸還。
 ⑤答案卷務必繳回，未繳回者該科以零分計算。

題目一：

(一) 給定 $dy = ydx$ ，求 $y = ?$ 【4 分】

(二) 假設股票價格的動態過程服從下面幾何布朗運動：

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dz_t$$

dz_t 為一個 Weiner 過程， $E(dz_t) = 0$ 、 $Var(dz_t) = t$

μ 為 drift 參數、 σ 為 diffuse 參數，

請利用 Ito 引理導出股價方程式。【7 分】

(三) 請利用 random walk 或相關概念說明 Weiner 過程。【6 分】

(四) 假設經過風險中立的機率測度轉換後，未來 T 時股價方程式為

$$S_T = S_0 e^{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma\sqrt{T}Z}$$

， Z 為一標準常態分配隨機變數，

請求 $P(S_T > K)$ (需寫出推導過程)。【8 分】

題目二：

假設目前股價 $S = 100$ ，履約價格 $K = 100$ 的買權，距到期日還有兩期，且每期上漲與下跌的情況皆為 $u = 1.1181$ 、 $d = 0.9354$ ，無風險利率為 4.88%，利用二項式模型：

(一) 繪出未來兩期股價過程？【5 分】

(二) 繪出買權價值的過程？【8 分】

(三) 如果要在目前自我融資方式複製一個選擇權價值，則購入股票與借款各多少，在各階段變化為何？【12 分】

題目三：

以不含股息 (non-dividend-paying) 的股票為標的資產 (underlying asset)，兩張歐式買權 (European call option) A 及 B 的假設如下：

- 股票的現價 $S = 50$ 元。
- 股票價格遵循幾何布朗運動 (geometric Brownian motion)。
- 無風險年利率 (risk-free annual rate of interest) $r = 5\%$ 。
- 波動度 (volatility) $\sigma = 30\%$ 。
- 買權 A 於 $T = 1$ 年後到期，執行價 $K = 65$ 元，且
 $N(d_1) = 0.7405$ 、 $N'(d_1) = 0.5969$

其中

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$N(d) = \int_{-\infty}^d \frac{e^{-w^2/2}}{\sqrt{2\pi}} dw$$

- 買權 B 於 $T = 0.5$ 年後到期，執行價 $K = 55$ 元，已知風險參數值
 $\Delta = 0.5931$ 、 $\Gamma = 0.0436$ 、 $\text{Vega} = 16.36$

(一) 計算買權 A 的風險參數值。【5 分】

(二) 若股票、買權 A、買權 B 構成投資組合，投資組合的風險參數值為
 $\Delta = 0$ 、 $\Gamma = -50$ 、 $\text{Vega} = -20,000$

則需要調整買權 A 與買權 B 若干單位以得到無風險 (risk free) Γ 及 Vega 。
 【8 分】

(三) 對於前一小題所得到的投資組合，試算風險參數值 Δ 。【5 分】

(四) 如何調整投資組合以得到無風險 Δ 。【7 分】

題目四：

假設股票現價 S_0 ，時間 T 之後的股價為 S_T ，無風險年利率為 (risk-free annual rate of interest) r ，時間 T 的遠期契約 (forward contract) 價格設為 $F_{0,T}$ ，則：

(一) $F_{0,T}$ 與 S_0 的何種關係存在套利 (arbitrage) 的機會？【4 分】

(二) 在 (一) 的關係成立下，說明套利的方式。【6 分】

(三) 令 $E(S_T)$ 表示 S_T 的期望值，請利用 $E(S_T)$ 與 S_0 陳述風險中立 (risk neutrality) 的條件。
 【4 分】

(四) 若 $S_0 = 100$ ， $r = 1\%$ ，在時間 $T = 1$ 時，股票價格可能為 80 或 120。令 p 表示股票上漲的機率，請在風險中立條件下計算 p 。【6 分】

(五) 若股票股利 δ ，在時間 T 可能的股票價格為 uS_0 或 dS_0 ，其中 $u > d$ 且發生 uS_0 的機率為 p 。請在風險中立條件下推導 p 。【5 分】