

類 科：氣象

科 目：微積分

考試時間：1 小時 30 分

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、試分別求下列的極限值：(每小題 10 分，共 20 分)

(一)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{5n}$ 。

(二)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\sqrt{5n+k} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^3}}$ 。

二、已知函數  $f(x)$  滿足  $\int_0^x f(t)dt = x \sin \pi x$ ，試求  $\frac{d^2 f}{dx^2}(0.5)$ 。(20 分)三、已知函數  $F(t) = e^{t^2+1}$ ， $t = G(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ， $f(x, y, z) = F(G(x, y, z))$ ，試求  $\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ 。(20 分)四、已知函數  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 12x - 27y + 30$ ，試求  $f(x, y)$  的所有相對極大值 (relative maximum) 與相對極小值 (relative minimum)。(20 分)

五、試分別求下列的積分值：(每小題 10 分，共 20 分)

(一)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} (\sin x + \cos x) dx$ 。

(二)  $\iint_{\Omega} e^{x^2} dx dy$ ，其中  $\Omega$  是以  $(0,0)$ ， $(1,3)$  及  $(1,0)$  為頂點的三角形。